

# 基于 ERWT 的 NLFM 信号检测及参数估计

杜东平,唐 斌,孙闽红

(电子科技大学电子工程学院,四川成都 610054)

**摘 要:** 提出了扩展 Radon-Wigner 变换(ERWT)算法原理,并结合非线性调频(NLFM)雷达信号时频特征,将回波信号的时延及多普勒频移对应到 ERWT 参量空间,基于参量空间的分布特征实现 NLFM 检测及参数估计.该方法对常规时频方法存在的交叉项不敏感,时延估计精度较高.计算机仿真试验验证了该方法的有效性.

**关键词:** 扩展 RWT; 非线性调频; 信号检测; 参数估计

**中图分类号:** TN957.51; TN957.54 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2007)12-2367-04

## NLFM Signal Detection and Parameter Estimation Based on ERWT

DU Dong-ping, TANG Bin, SUN Ming-hong

(School of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

**Abstract:** An algorithm of extended Radon-Wigner transformation (ERWT) is proposed. Mapping the delay and the Doppler frequency of radar echo to a parameter space of ERWT, the echo signal, with waveform of non-linear frequency modulated (NLFM), can be detected based on the parameter space and the parameter of the echo can be estimated simultaneously. The proposed method is insensitive to the interference terms and has high precision of delay estimation. Validity of the method is verified by simulation results.

**Key words:** ERWT(Extended Radon-Wigner Transformation); NLFM(Non-Linear Frequency Modulated); signal detection; parameter estimation

### 1 引言

时频分析<sup>[1]</sup>是宽带信号及非平稳信号分析处理的重要工具,在医学信号处理、调频通信、语音信号处理、雷达信号处理等领域,都得到广泛应用.由于 Wigner-Ville 时频分布(WVD)<sup>[2]</sup>具有较好的时频聚集性,在信号处理应用领域受到了广泛关注.基于 Wigner-Ville 时频分布的信号处理方法较多,如 Radon-Wigner<sup>[3,4]</sup>变换(RWT)、Wigner-Hough<sup>[5,6]</sup>变换(WHT)及分数阶 Fourier 变换<sup>[7]</sup>(FrFT)等.其中 RWT 及 WHT 算法是基于时频分布的直线积分变换,而 FrFT 等效旋转时频平面,基于线性调频(LFM)信号的线性频率特征,上述信号处理方法都能够有效实现 LFM 在变换域的能量聚集,信号检测性能较优<sup>[8]</sup>.

非线性调频(NLFM)信号,或者多项式相位(PPS)信号是典型的非平稳信号,线性调频(LFM)信号是其特例.但是 NLFM 信号具有非线性频率分布特性,其 WVD 分布呈现复杂的时频域结构,且其时频分布交叉项影响严重,上述时频处理算法难以有效实现信号能量的有效聚集,信号检测性能较低,甚至失效,需要寻找新的基于

时频分析的信号处理算法.

针对雷达回波,本文介绍一种有效实现噪声背景下 NLFM 信号的检测及参数估计算法.算法思路是基于 NLFM 信号时频分布特征,在时频域通过曲线积分替代 RWT 中的直线积分,进而将时频分布空间映射到参量空间,实现信号的检测及参数估计.

### 2 方法原理

#### 2.1 信号检测原理

设 NLFM 雷达的目标回波信号为

$$s(t) = Ae^{j2(\phi_s(t-t_0))} \quad (1)$$

其中  $A$  为回波信号幅度;  $\phi_s(t) = \phi(t) + f_d t$  为目标回波信号瞬时相位,  $\phi(t)$  为雷达发射信号的瞬时相位,且假定瞬时相位函数  $\phi(t)$  具有有限的一阶和二阶导数,  $f_d$  为多普勒频率,  $t_0$  为回波信号相对时延.则回波信号的瞬时频率函数为

$$f_s(t) = \dot{\phi}(t - t_0) + f_d \quad (2)$$

已有的 RWT 及 WHT 是基于时频分布函数的直线积分,如 RWT 为

$$RWW(\mu) = \int_{PQ} W_s(t, f) dv \quad (3)$$

$$W_s(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (4)$$

即是在 Wigner-Ville 时频分布上沿直线  $PQ$  进行积分, 该类积分对 LFM 信号具有较好的聚集性. 而对于 NLFM 信号, 由于其频率的非线性, 基于直线积分的 RWT 不能实现有效的信号汇聚, 难以实现 NLFM 信号检测及参数估计.

定义扩展 RWT 为

$$EWRT(\mu) = \int_{PQ} \tilde{W}_s(t, f) ds \quad (5)$$

即在时频函数  $W_s(t, f)$  域上沿曲线  $PQ$  积分, 其中  $\mu$  为积分参量.

选择积分路径  $PQ$

$$PQ: f(t; d, \mu) = \phi(t - d) + \mu \quad (6)$$

代入式(5), 有

$$\begin{aligned} EWRT(d, \mu) &= \int_{PQ} \tilde{W}_s(t, f) ds \\ &= \int_{PQ} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} ds \\ &= |A|^2 \int_{PQ} e^{j2(\phi_s(t+\tau/2) - \phi_s(t-\tau/2) - \phi_s(t+\tau/2) + \phi_s(t-\tau/2))} e^{-j2\pi f\tau} ds \\ &= |A|^2 \int_{t-T}^{t+T} e^{j2(\phi(t+\tau/2) - \phi(t-\tau/2) + f_d\tau)} e^{-j2\pi(\phi(t-d) + \mu)\tau} \sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} d\tau \quad (7) \end{aligned}$$

其中,  $T$  为信号的时域分布区间.

对信号瞬时相位作一阶近似, 即

$$\begin{aligned} \phi(t - \tau/2) &\approx \phi(t - \tau/2) + \phi'(t - \tau/2) \cdot \tau/2 \\ \phi(t + \tau/2) &\approx \phi(t + \tau/2) - \phi'(t + \tau/2) \cdot \tau/2 \quad (8) \end{aligned}$$

故有

$$\begin{aligned} EWRT(d, \mu) &= |A|^2 \int_{t-T}^{t+T} e^{j2(\phi(t+\tau/2) - \phi(t-\tau/2) + f_d\tau)} e^{-j2\pi(\phi(t-d) + \mu)\tau} \sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} d\tau \\ &= |A|^2 \int_{t-T}^{t+T} e^{j2(\phi(t-\tau/2) - \phi(t+\tau/2) + f_d\tau)} e^{-j2\pi(\phi(t-d) + \mu)\tau} \sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} d\tau \\ &= |A|^2 \int_{t-T}^{t+T} \sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} e^{j2(\phi(t-\tau/2) - \phi(t+\tau/2) + f_d\tau - \mu\tau)} d\tau \\ &= |A|^2 \int_{t-T}^{t+T} \sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} e^{j2(\phi(t-d) - \phi(t-d) + f_d\tau - \mu\tau)} d\tau \\ &= |A|^2 \int_{t-T}^{t+T} \sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} e^{j2(f_d - \mu)\tau} d\tau \quad (9) \end{aligned}$$

其中  $\Delta = \phi(t-d) - \phi(t-d) + f_d\tau - \mu\tau$ ,  $\Delta(\cdot)$  为 Delta 函数. 由于  $\phi(t)$  具有有限的二阶导数,  $\sqrt{1 + \phi'^2(t-d)} < \infty$ . 当  $(d, \mu) = (t_0, f_d)$  时, 易知式(9)具有冲击波形.

实际雷达接收信号中, 回波信号往往被噪声及干扰所污染, 即

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (10)$$

其中  $n(t)$  为高斯白噪声, 且假设和信号  $s(t)$  互不相关. 则  $x(t)$  的 WVD 为

$$\begin{aligned} W_x(t, f) &= W_s(t, f) + W_{sn}(t, f) + W_{ns}(t, f) + W_n(t, f) \\ &= W_s(t, f) + W_I(t, f) \quad (11) \end{aligned}$$

其中  $W_n(t, f)$  为噪声的 WVD, 而  $W_{sn}(t, f)$  和  $W_{ns}(t, f)$  则表示信号和噪声的交叉项,  $W_I(t, f)$  表示信号分量外的干扰分量, 包含了噪声分量及交叉项.

容易证明

$$E[W_{sn}(t, f)] = E[W_{ns}(t, f)] = 0 \quad (12)$$

$E[\cdot]$  表示期望值. 而噪声自 WVD 分布的期望为

$$\begin{aligned} E[W_n(t, f)] &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} n(t + \tau/2) n^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau\right] \\ &= E[n(t + \tau/2) n^*(t - \tau/2)] e^{-j2\pi f\tau} \\ &= \frac{\sigma_n^2}{2} e^{-j2\pi f\tau} = \frac{\sigma_n^2}{2} \delta(\tau) \quad (13) \end{aligned}$$

其中  $\frac{\sigma_n^2}{2}$  为噪声方差.

从而有

$$E[W_I(t, f)] = \frac{\sigma_n^2}{2} \delta(\tau) \quad (14)$$

在信号  $x(t)$  的 WVD 时频分布上, 沿式(6)的积分路径积分, 并利用积分中值定理, 得

$$\begin{aligned} ERWT_x(\mu) &= \int_{PQ} W_x(t, f) ds \\ &= \int_{t-T}^{t+T} W_x(t, \phi(t-d) + \mu) \sqrt{1 + (\phi'(t-d))^2} dt \\ &= ERWT_s(\mu) + \int_{t-T}^{t+T} W_I(t, \phi(t-d) + \mu) \sqrt{1 + (\phi'(t-d))^2} dt \\ &= ERWT_s(\mu) + \sqrt{1 + (\phi'(t-d))^2} \int_{t-T}^{t+T} W_I(t, \phi(t-d) + \mu) dt \\ &= ERWT_s(\mu) + \frac{\sigma_n^2}{2} \sqrt{1 + (\phi'(t-d))^2} \delta(\mu - f_d) \quad (15) \end{aligned}$$

其中,  $T = T$ .

结合式(9)及式(15)知, 在参量空间  $(d, \mu)$  中, 对应回波信号的时延及多普勒频率的坐标点具有峰值特性, 可以通过搜索参量空间  $(d, \mu)$  的峰值点, 实现 NLFM 的检测, 并同时得到回波信号的时延及多普勒频率估计.

实际上, 雷达回波信号的多普勒频移相对雷达信号中频及带宽是非常小的, 受脉冲内采样点数限制, 单脉冲信号的频域分辨力往往小于雷达多普勒频率估计要求, 故本文在实验将只针对信号的时延参数展开.

## 2.2 多信号检测

当雷达接收信号为  $N$  个回波信号时, 雷达回波信

$$s_r(t) = \sum_{n=1}^N e^{j2\pi f_{d,n} t} s(t - \tau_n) \quad (16)$$

其中  $f_{d,n}$  与  $n$  分别对应不同信号的多普勒频移及时延.

由于 WVD 是一个典型的双线性变换,在  $W_s(t, f)$  上会有信号之间以及信号和噪声间作用的交叉项存在,交叉项会严重的影响基于时频分析的信号处理性能.由 WVD 理论,  $W_s(t, f)$  可写成

$$W_s(t, f) = \sum_{n=1}^N W_s(t + \tau_n, f + f_{d,n}) + W_k(t, f) \quad (17)$$

其中  $W_k(t, f)$  表示时频交叉项分布.

文献[9]已经分析,交叉项只分布在信号 WVD 的中值集上,除了 LFM 信号外, NLFM 信号的中值集不再满足式(7)的曲线方程,故没有与参数集  $(d, \tau)$  对应的曲线束,交叉项的 ERWT 不再具有峰值特性,等效交叉项得到抑制.此时的 ERWT 变换,在平面  $(d, \tau)$  上的极大值点坐标对应于点集  $\{( \tau_n, f_{d,n} ), n = 1 \sim N\}$ ,由极大值点位置可实现回波信号中多信号检测及相应的参数估计.

### 3 仿真实验及分析

为了验证 ERWT 实现 NLFM 信号检测的性能,进行以下计算机仿真实验.

#### 实验 1 单信号检测

由计算机产生时频分布如图 1 所示的 NLFM 信号,采样点数为 512 点;叠加不同信噪比的高斯噪声,当信噪比较低时,在时-频分布域上,信号被噪声淹没.

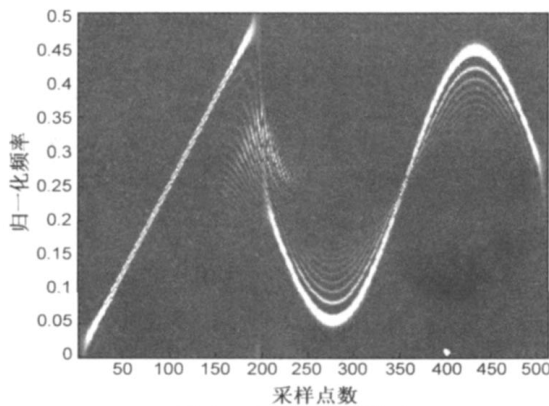


图 1 NLFM 时频分布

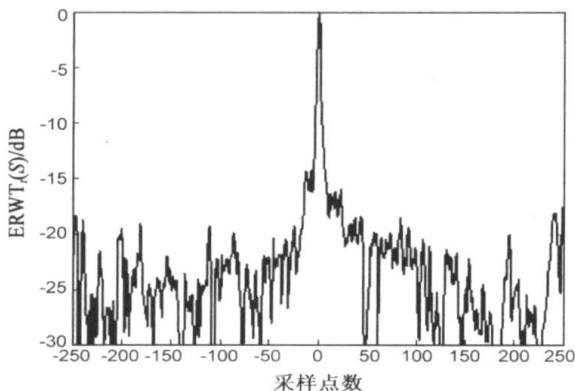


图 2 NLFM 信号的时延 ERWT(SNR=-5dB)

针对上述被噪声污染后的 NLFM 信号,沿不同时延进行 ERWT 积分,得到如图 2 所示的输出曲线(SNR = -5dB),可以看出积分输出呈现冲激特性,由峰值点较易实现信号检测,且峰值点位置正好对应信号的相对时延.

为了进一步验证该方法处理性能,进行基于 ERWT 变换的信号检测概率统计实验,其中 Monte Carlo 次数为 1000.同时,实验中还进行了基于匹配滤波的信号检测实验,作为对比实验.实验中,设回波信号相对发射信号载频有 0.1% 的多普勒频移.图 3 示出了虚警概率  $P_d = 10^{-6}$  时,本文方法与基于匹配滤波方法的信号检测概率曲线.由于回波信号存在多普勒频移,回波信号与本地滤波器不再完全匹配,因此匹配滤波检测性能受到一定影响.而采用 ERWT 变换,实现信号能量的时频域汇聚,从而具有高的检测概率.由图可见,基于 ERWT 变换的 NLFM 信号检测算法明显优于匹配滤波信号检测算法.

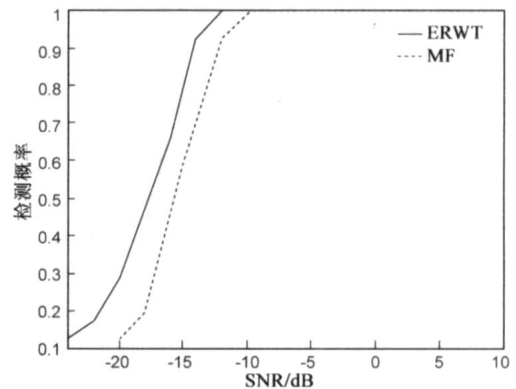


图 3 检测概率曲线

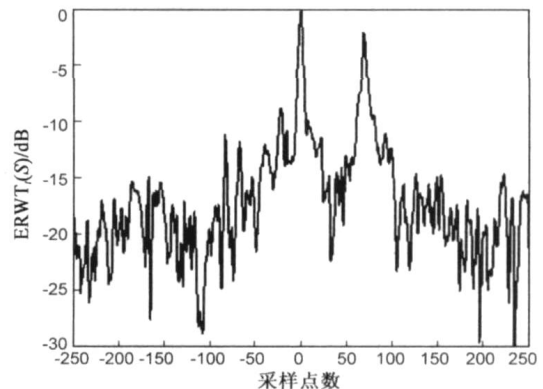


图 4 双正弦调频信号的时延 ERWT

#### 实验 2 双信号检测

由计算机产生由两个相同参数正弦调频信号,延时后叠加.在信号的时频分布中除了两个信号分量外,存在交叉项.仿真时叠加噪声为高斯白噪声,信号的信噪比 SNR = -5dB.对信号沿不同时延进行 ERWT,得到如图 4 所示的积分输出,图中呈现明显的双峰波形,对应两不同时延的正弦调频子信号,由峰值点可实现两

调频信号的检测,且峰值点位置分别对应于信号的相对时延.

从图中可以看成,ERWT方法可以充分抑制交叉项及噪声,而信号能量则被充分凸显出来.

#### 4 结论

利用 NLFM 雷达发射信号的频率调制信息,在时频域实现回波信号的 ERWT 积分变换,信号时-频域分布能量在积分变量域充分聚集,而信号时频交叉项及噪声不能在 ERWT 积分空间中聚集,信号检测性能得到增强.同时通过 ERWT 积分变换,信号由时-频空间对应到积分参量空间,由参量空间可直接实现回波信号参数估计.

但基于 ERWT 方法,受信号采样率及采样点数的限制,参数估计可能较低.这个问题可以通过预检测积分后,在信号的局部参数域插值积分,实现信号参数的高精度估计.

#### 参考文献:

- [1] L Cohen. Time-frequency distributions-A review [J]. Proc IEEE, 1989, 77(7): 941 - 981.
- [2] T Claasen, W Meulenbrauker. The Wigner distribution-A tool for time-frequency signal analysis-Part II: Discrete time signals [J]. Philips JI Research, 1980, 35: 276 - 300.
- [3] Wood J C, Barry D T. Radon transformation of the Wigner spectrum [J]. Proc SPIE-The International Society for Optical Engineering, 1992, 1770: 258 - 375.
- [4] Wood J C, Barry D T. Linear signal synthesis using the Radon-Wigner transform [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(8): 2105 - 2111.
- [5] S Barbarossa, A Zanalda. A combined Wigner-Ville and Hough transform for cross-terms suppression and optimal detection and parameter estimation [J]. Proc IEEE ICASSP, 1992, 5(1): 173 - 176.
- [6] S Barbarossa. Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43(6): 1511 - 1515.
- [7] L B Almeida. The fractional Fourier transform and time-frequency representation [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(11): 3084 - 3091.
- [8] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- [9] 王忠仁, 林君, 李文伟. 基于 Wigner-Ville 分布的复杂时变信号的时频分析 [J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2239 - 2241. WANG Zhong-ren, LIN Jun, LI Wen-wei. Time-frequency analysis for complex time-varying signals based on wigner-ville distribution [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2239 - 2241. (in Chinese)

#### 作者简介:



杜东平 男, 1976 年 9 月出生于重庆市忠县, 现为电子科技大学电子工程学院博士生. 主要研究方向是雷达干扰建模及抗干扰研究.  
E-mail: dudp @tom.com



唐斌 男, 1963 年 8 月出生与重庆市. 现为电子科技大学电子工程学院教授、博士生导师. 主要从事电子对抗及相关领域研究, 在国内外发表学术论文 100 余篇.  
E-mail: bint @uestc.edu.cn

孙闽红 男, 1974 年 11 月出生与江西省吉安市, 现为电子科技大学博士研究生. 主要研究方向是雷达抗干扰技术研究.  
E-mail: smh2003 @163.com